

7. KMITÁNÍ A VLNĚNÍ

7.1. Mechanické a elektromagnetické kmitání

Hesla : Harmonický kmitavý pohyb, okamžitá výchylka, amplituda výchylky, fáze, rychlost a zrychlení harmonického kmitavého pohybu. Fázový rozdíl, stejná a opačná fáze dvou veličin. Síla pružnosti, tuhost pružiny, úhlová frekvence vlastního kmitání pružinového oscilátoru, úhlová frekvence vlastního kmitání matematického kyvadla. Potenciální energie pružnosti, zákon zachování mechanické energie při harmonickém kmitání. Elektromagnetické kmitání, obvod LC, úhlová frekvence vlastního kmitání obvodu LC, okamžité hodnoty náboje, napětí a proudu v obvodu LC.

Doporučené příklady :

- 66) Číselná hodnota okamžité výchylky harmonického kmitání je dána vztahem $y = 0,2 \sin \frac{5}{2} \pi \cdot t$. V tomto vztahu číselné hodnoty odpovídají hodnotám fyzikálních veličin vyjádřených v nenásobných jednotkách SI. Určete amplitudu výchylky, periodu a frekvenci kmitání.
- 67) Napište rovnici harmonického kmitání, které má amplitudu výchylky 5 cm, periodu 0,5s a nulovou počáteční fázi.
- 70) Hmotný bod kmitá harmonicky s frekvencí 400 Hz a amplitudou výchylky 2 mm. Počáteční fáze kmitání je 30° . Napište rovnici pro okamžitou výchylku hmotného bodu. Určete : a) okamžitou výchylku hmotného bodu v počátečním okamžiku, b) dobu, za kterou hmotný bod dospěje do rovnovážné polohy, c) rychlost hmotného bodu v rovnovážné poloze.
- 72) Hmotný bod vykoná 150 kmitů za minutu. Určete počáteční fázi kmitání, jestliže hmotný bod dosáhl kladné amplitudy výchylky za dobu 0,3 s od počátečního okamžiku.
- 74) Pružinový oscilátor kmitá s amplitudou výchylky 6 cm a s periodou 1,2 s. Určete dobu, za kterou oscilátor projde vzdálenost a) z jedné krajní polohy do druhé, b) z rovnovážné polohy do poloviny amplitudy výchylky, c) od poloviny amplitudy výchylky do krajní polohy.
- 83) Oscilátor kmitá harmonicky, přičemž okamžitá výchylka závisí na čase vztahem $y = y_m \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$, kde $y_m = 0,02$ m. Určete periodu kmitání, amplitudu rychlosti a amplitudu zrychlení.
- 85) Hmotný bod kmitá harmonicky s amplitudou výchylky 5 cm a s periodou 2 s. Počáteční fáze kmitání je nulová. Určete velikost rychlosti hmotného bodu v okamžiku, kdy okamžitá výchylka je 2,5 cm.

- 94) Mechanický oscilátor tvořený pružinou a závažím o hmotnosti 5 kg vykoná 45 kmitů za minutu. Určete tuhost pružiny.
- 98) Pružina se po zavěšení závaží prodlouží o 2,5 cm. Určete frekvenci vlastního kmitání takto vzniklého oscilátoru.
- 114) Periody dvou kyvadel tvořených pevnými vlákny, na nichž jsou zavěšeny kuličky, jsou v poměru 3 : 2. Kolikrát je první kyvadlo delší než druhé ?
- 116) Kyvadlo délky 150 cm vykonalo 125 kmitů za 300 s. Určete velikost tíhového zrychlení.
- 128) Pro okamžitou výchylku kmitání hmotného bodu platí rovnice $y = y_m \sin\left(2\pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)$. Určete, ve kterém okamžiku je poprvé potenciální energie hmotného bodu rovna kinetické energii.
- 131) Mechanický oscilátor kmitá s amplitudou výchylky 2 cm a jeho celková energie je $3 \cdot 10^{-7}$ J. Určete okamžitou výchylku oscilátoru, při níž na oscilátor působí síla o velikosti $2,25 \cdot 10^{-5}$ N.
- 135) Kondenzátor oscilačního obvodu má kapacitu 1,0 μF. Určete indukčnost cívky oscilačního obvodu, při které by frekvence vlastního kmitání obvodu byla 1,0 kHz. Jakou kapacitu bude mít kondenzátor, který musíme připojit paralelně k původnímu kondenzátoru, aby se frekvence vlastního kmitání obvodu zmenšila na polovinu ?
- 138) Oscilační obvod se skládá z cívky o indukčnosti 3,0 mH a deskového kondenzátoru, jehož desky mají tvar disků o poloměru 1,2 cm. Vzájemná vzdálenost desek je 0,30 mm. Určete periodu oscilačního obvodu. Jak se změní perioda kmitání obvodu, jestliže mezi desky vložíme dielektrikum o relativní permitivitě 4,0 ?
- 142) Napětí na deskách kondenzátoru v oscilačním obvodu se mění podle rovnice $u = 50 \cos 1,0 \cdot 10^4 \pi t$. Kapacita kondenzátoru je 0,10 μF. Určete a) periodu kmitání obvodu, b) indukčnost cívky v obvodu, c) rovnici pro okamžitou hodnotu proudu obvodu.

VÝSLEDKY :

- 66) **0,2 m; 1,25 Hz; 0,8 s.**
- 67) **$y = 0,05 \sin 4\pi t$.**
- 70) **$y = 2 \cdot 10^{-3} \sin\left(800\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$; a) $1,4 \cdot 10^{-3}$ m, b) $(-0,21 + k \cdot 1,25)$ ms, kde $k = 0, 1, 2, \dots$;
c) $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.**
- 72) **$-\frac{\pi}{6}$.**
- 74) **a) 0,6 s, b) 0,1 s, c) 0,2 s.**
- 83) **4 s; $3 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.**

- 85) $0,14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- 94) $10^2 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.
- 98) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{y}} = 3,2 \text{ Hz}$.
- 114) **2,25 krát.**
- 116) $10,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- 128) $\frac{1}{24} \text{ s}$.
- 131) $y = \frac{Fy_m^2}{2E} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.
- 135) **2,5 mH; 3 μ F.**
- 138) $T_0 = 2\pi r \sqrt{\frac{\pi \epsilon_0 L}{d}} = 1,3 \mu\text{s}; \quad T = T_0 \sqrt{\epsilon_r} = 2,5 \mu\text{s}$.
- 142) a) **0,2 ms**; b) **0,01 H**; c) **$i = 0,16 \sin 10^4 \pi t$** .

7.2. Střídavý proud

Hesla : Vznik střídavého napětí a proudu. Jednoduché obvody střídavého proudu - obvod s R, rezistance, obvod s L, induktance, obvod s C, kapacitance. Výkon střídavého proudu, efektivní hodnoty střídavého proudu a napětí, účinník.

Doporučené příklady :

- 162) Obvod s rezistorem o odporu 80Ω je připojen ke zdroji střídavého napětí o amplitudě 240 V a frekvenci 50 Hz . Napište rovnici pro okamžitou hodnotu proudu v obvodu.
- 168) Cívka o zanedbatelně malém odporu je zapojena do obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz . Při napětí 24 V prochází cívkou proud $0,5 \text{ A}$. Určete indukčnost cívky.
- 174) Kondenzátor o kapacitě $4,0 \mu\text{F}$ je připojen do obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz . Jakou indukčnost by musela mít cívka, která by v obvodu střídavého proudu měla induktanci stejné hodnoty, jakou má kapacita kondenzátoru ?
- 177) Ke zdroji střídavého napětí o amplitudě 24 V a periodě $2,0 \text{ ms}$ je připojen kondenzátor o kapacitě $16 \mu\text{F}$. Určete amplitudu proudu v obvodu.
- 207) Střídavé napětí má efektivní hodnotu 156 V . Určete amplitudu napětí. Za jakou dobu od počátečního okamžiku dosáhne okamžitá hodnota střídavého napětí efektivní hodnoty, je-li jeho frekvence 50 Hz ? V počátečním okamžiku je hodnota střídavého napětí nulová.

- 210) Rezistor o odporu 20Ω je připojen ke zdroji střídavého napětí o efektivní hodnotě 24 V a frekvenci 50 Hz. Napište rovnici pro okamžitou hodnotu proudu v obvodu. Počáteční fáze proudu je nulová. Určete efektivní hodnotu proudu v obvodu.
- 212) Okamžité hodnoty střídavého proudu a napětí v elektrickém obvodu jsou vyjádřeny rovnicemi : $i = 5,0 \cdot \sin \omega t$, $u = 100 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$. Určete efektivní hodnoty napětí a proudu v obvodu, účinník a činný výkon. Má spotřebič v obvodu vlastnost kapacity, nebo indukčnosti ?
- 213) Do obvodu s elektromotorem je připojen voltmetr, který ukazuje napětí 220 V, ampérmetr ukazuje proud 10 A a wattmetr ukazuje činný výkon 2,0 kW. Určete účinník a fázové posunutí napětí a proudu v obvodu.
- 214) Určete proud procházející spotřebičem při napětí 220 V, je-li činný výkon 2,2 kW a účinník 0,80.

VÝSLEDKY :

- 162) $i = 3 \sin 100\pi t$.
- 168) 0,15 H.
- 174) 2,5 H.
- 177) 1,2 A.
- 207) 220 V; 2,5 ms.
- 210) $i = 1,7 \sin 100\pi t$.
- 212) 3,5 A; 71 V; 0,87; 220 W; indukčnost.
- 213) 0,9; 24° .
- 214) 12,5 A.

7.3. Vlnění

Hesla : Postupné podélné a postupné příčné vlnění, fázová rychlost vlnění, vlnová délka, rovnice postupného vlnění. Interference vlnění, koherentní vlnění, dráhový rozdíl, podmínka pro maximální a minimální amplitudu výsledného vlnění. Huygensův princip, vlnoplocha, paprsek, zákon odrazu a lomu vlnění.

Doporučené příklady :

- 241) Pro okamžitou výchylku kmitajícího zdroje vlnění platí vztah $y = 0,03 \cdot \sin 20\pi t$ za předpokladu, že délku vyjadřujeme v metrech a čas v sekundách. Velikost fázové rychlosti vlnění je $200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete : a) periodu kmitů, b) okamžitou výchylku bodu, který leží ve vzdálenosti 5,0 m od zdroje, v čase 0,10 s od začátku kmitání zdroje.

- 242) Vlnění o frekvenci 450 Hz se šíří fázovou rychlostí o velikosti 360 m.s^{-1} ve směru přímky p. Jaký je fázový rozdíl kmitavých pohybů dvou bodů, které leží na přímce p a mají vzájemnou vzdálenost 20 cm ?
- 245) Ze zdroje vlnění, který kmitá s periodou 1,0 ms, se šíří vlnění ve směru přímky. Dva body této přímky, vzdálené od zdroje 12,0 m a 14,7 m, kmitají s fázovým rozdílem $\frac{3\pi}{2}$. Určete velikost fázové rychlosti vlnění.
- 247) Vlnění o frekvenci 725 Hz se šíří ve vodě fázovou rychlostí o velikosti $1\,450 \text{ m.s}^{-1}$. Jaká je nejmenší vzájemná vzdálenost (měřená ve směru šíření vlnění) dvou bodů, které kmitají s opačnými fázemi ?
- 252) Vlnění o periodě T a vlnové délce λ se šíří ze zdroje podél přímky. V čase $0,50 T$ má bod, který leží na přímce ve vzdálenosti $\frac{\lambda}{3}$ od zdroje, okamžitou výchylku 5,0 cm. Určete amplitudu vlnění.
- 253) Zdroj vlnění koná netlumené kmity, které lze popsat rovnicí $y = 0,05 \sin 500\pi t$, jestliže délku vyjadřujeme v metrech a čas v sekundách. Vlnění se šíří ze zdroje ve směru přímky rychlostí o velikosti 300 m.s^{-1} . Jakou okamžitou výchylku má bod vzdálený 60 cm od zdroje v čase 0,01 s od začátku kmitání zdroje ?
- 259) Dva zdroje příčných vlnění kmitají s periodami $1,0 \cdot 10^{-1} \text{ s}$ a se stejnými fázemi. Ze zdrojů se šíří vlnění rychlostmi o velikosti $1\,000 \text{ m.s}^{-1}$ ve směru téže přímky a interferují spolu. Určete dráhový rozdíl obou vlnění v bodech, v nichž má nastat a) interferenční maximum, b) interferenční minimum.
- 274) Netopýr se pohybuje směrem k překážce rychlostí o velikosti $10,0 \text{ m.s}^{-1}$. Zvukový signál, který vyslal směrem dopředu, se po odrazu vrátil k netopýrovi za dobu 0,15 s od vyslání. Teplota vzduchu je $26 \text{ }^\circ\text{C}$. Kolik času zbylo netopýrovi, aby se překážce vyhnul?

VÝSLEDKY :

- 241) a) $0,10 \text{ s}$; b) $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.
- 242) $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$.
- 245) $3,6 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}$.
- 247) 1 m .
- 252) $5,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.
- 253) 0 .
- 259) a) $\Delta x = 2n \cdot 50 \text{ m}$, b) $\Delta x = (2n-1) \cdot 50 \text{ m}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).
- 274) $2,5 \text{ s}$.